Redukcija logičkih sklopova sa AND OR implementacijom (K- mape)

Nakon pregleda osnovnih logičkih kola u prethodnih vježbama, sljedeći zadatak je redukovati (pomoću K-mapa (Karnaugh)) logički sklop sa AND OR implementacijom.

Proći ćemo sve korake redukcije/minimizacije kroz izradu narednog zadataka.

Zadatak:
1. Jednim od načina redukcije, naći minimalnu sumu produkata za funkciju $f_{(A,B,C,D)}$ = **1** kada je na dva ili više ulaza stanje 1, komentarisati nivo redukcije i nacrtati logičku šemu redukovanog sklopa.

Prvi korak je napraviti tabelu istine (tabela ulaza i određenih stanja na izlazu kola):

Kako imamo 4 ulaza - A, B, C i D imat ćemo 16 mogućih kombinacija u tabeli. U kolonu F stavljamo jedinice tamo gdje nam data kombinacija ulaza zadovoljava uslov u zadatku (u našem slučaju: ukoliko je na dva ili više ulaza stanje 1).

Za kombinaciju gdje su sve 0 na ulazu uslov nije zadovoljen i pišemo 0, tako i za narednu kombinaciju - imamo samo jednu jedinicu na ulazu (ulaz D) ali ni to ne zadovoljava uslov pa i tu pišemo 0. I tako redom do kombinacije koja na ulazu ima dvije ili više jedinica. U našem slučaju, prva jedinica je kombinacija kada je na C i D stanje 1 i tada na izlazu u koloni F pišemo 1. Upisujemo do kraja sve jedinice (ima ih 11).

Tabela istine:

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	**1**	***A'B'CD***
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	**1**	***A'BC'D***
0	1	1	0	**1**	***A'BCD'***
0	1	1	1	**1**	***A'BCD***
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	**1**	***AB'C'D***
1	0	1	0	**1**	***AB'CD'***
1	0	1	1	**1**	***AB'CD***
1	1	0	0	**1**	***ABC'D'***
1	1	0	1	**1**	***ABC'D***
1	1	1	0	**1**	***ABCD'***
1	1	1	1	**1**	***ABCD***

Nakon tabele istine pišemo *sumu produkata* (2. korak) koji su zadovoljili uslov, odnosno za svaku jedinicu na izlazu pišemo odgovarajuću **I formu** njenih ulaza.

F= A'B'CD + A'BC'D + A'BCD' + A'BCD + AB'C'D + AB'CD' + AB'CD + ABC'D' + ABC'D + ABCD' + ABCD

Treći korak je crtanje K-mape. Kako imamo 16 kombinacija, K-mapa ima 16 polja (4x4). U kolonama su vrijednosti za ulaze A i B, dok su u redovima kombinacije za C i D. Dakle, kako su u kolonama vrijednosti za dva ulaza (A i B) njihove kombinacije po kolonama su:

- u prvoj koloni 00 (A'B'),
- u drugoj koloni 01 (A'B),
- u trećoj koloni 11 (AB)
- u četvrtoj 10 (AB').

NAPOMENA:: Znak **'** se odnosi na komplement odnosno negiranu vrijednost.

Izgled naše K-mape je sljedeći:

	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

U kolonama su kombinacije za AB, u redovima kombinacije za CD

Sljedeći korak je upisivanje svih jedinica u K-mapu.

Prvu jedinicu odnosno A'B'CD upisujemo tako što utvrdimo koju kolonu obuhvata A'B' i to je kolona žute boje, sada gledamo koji red nam obuhvata CD i to je red sa zelenom bojom. Na presjeku kolone i reda (crvena ćelija) upisujemo 1. To radimo za svaku jedinicu iz tabele istine

AB

CD

	00	01	11	10
00				
01				
11	**1**			
10				

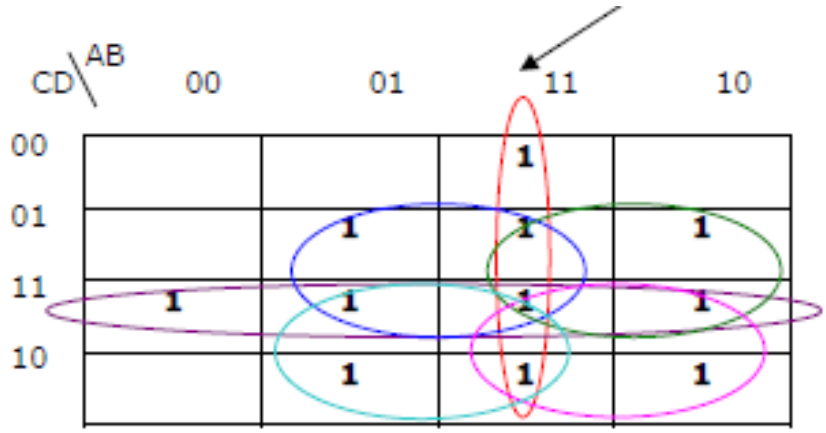
Nakon svih unesenih jedinica trebali biste dobiti sljedeći izgled K-mape

CD \ AB	00	01	11	10
00			**1**	
01		**1**	**1**	**1**
11	**1**	**1**	**1**	**1**
10		**1**	**1**	**1**

Nakon unosa jedinica u K-mapu iste se trebaju i grupisati. Jedinice grupišemo u grupe od dvije jedinice, četiri, osam itd. pri čemu treba poštivati nekoliko pravila:

- bolje je da su grupe veće
- grupe se mogu preklapati
- ne mogu se grupisati jedinice koje su dijagonalno postavljene
- mogu se grupisati jedinice na krajevima K-mape
- ne mogu se grupisati tri jedinice, pet, sedam itd. (samo potencije broja 2 odnosno 2, 4, 8 itd)

U ovom slučaju grupisat ćemo 4 jedinice u **trećoj koloni**



To nam je jedna grupa, sljedeća je četiri jedinice u trećem redu.

Ostale su nam četiri jedinice pa kako bismo grupisali gornju lijevu jedinicu napravit ćemo **grupu** tako što ćemo zaokružiti nju i tri jedinice oko nje.
To ćemo isto uraditi i za preostale tri jedinice i dobit ćemo izgled gornje K-mape. Sada pišemo redukovanu funkciju odnosno za svaku od ovih grupa pravimo njen redukovani oblik.

Primjer: grupa od četiri jedinice u trećoj koloni.
Nalazi se u koloni gdje je 11 (A i B) i nalazi se u sva četiri reda koje pokrivaju sve kombinacije za C i D, pa ako pogledamo prva dva reda kombinacije za C i D su 00 i 01 – ovdje 1 poništava 0 odnosno D poništava D', ostaće samo C' (iz prva dva reda). Isto i u naredna dva reda kombinacije za C i D su 11 i 10, pa će opet D poništiti D' i ostaće samo C.
Ostali su iz prva dva reda C' i iz druga dva reda C, pa će C poništiti C' i neće ostati ništa iz kombinacija CD, ostaće samo AB i kako se tu ništa ne može skratiti niti poništavati redukovani oblik za grupu od te četiri jedinice bit će AB.

Za grupu obojenu tamno plavom linijom bilo bi: Nalazi se u kolonama koje obuhvataju 01 i 11 (A'B i AB) A ce poništiti A' pa će ostati samo B, dok se grupa od ove četiri jedinice takodje nalazi i u redovima koji obuhvataju 01 i 11 (C'D i CD) C će poništiti C' pa ce ostati samo D i tako je za ovu grupu redukovani oblik BD.

Sve isto uraditi i za preostale 4 grupe.

Na kraju dobijamo oblik za redukovanu funkciju odnosno:
F_{red}=AB+CD+BD+BC+AD+AC

Nakon ovoga slijedi crtanje logičkog sklopa. Redukovanjem se od početnih 11 **I** kola sa ukupno 44 ulaza (2. korak u izradi zadatka – suma produkata) dobilo 6 **I** kola sa po dva ulaza.

Zadaci za vježbanje:

2. Funkcija $f_{(A,B,C,D)}$ ima vrijednost 1 samo ako je broj jedinica u B i C veci ili jednak broju jedinica u A i D.
(a) Napišite tabelu istine za funkciju f.
(b) Reducirajte funkciju f koristeci jedan od metoda redukcije.
(c) Implementirajte funkciju (nacrtajte šemu) kao AND – OR sklop.

3. Jednim od nacina redukcije, nadite minimalnu sumu produkata za funkciju $f_{(A,B,C,D)}$ = 1 kada parni broj ulaza ima stanje 1 (ukljucujuci i slucaj kada su svi ulazi 0)

4. Jednim od nacina redukcije, nadite minimalnu sumu produkata za funkcije f i g. $f_{(A,B,C,D)}$ = 1 kada je na dva ili više ulaza stanje 1, inace $f_{(A,B,C,D)}$ = 0.
$g_{(A,B,C,D)}$ = 1 kada parni broj ulaza ima stanje 1 (ukljucujuci i slucaj kada su svi ulazi 0), inace $g_{(A,B,C,D)} = f_{(A,B,C,D)}$

5. Funkcija $f_{(A,B,C,D)}$ ima vrijednost 1 samo ako je broj jedinica u B i D veci ili jednak broju jedinica u A i C.
(a) Napišite tabelu istine za funkciju f.
(b) Reducirajte funkciju f koristeci jedan od metoda redukcije.
(c) Implementirajte funkciju (nacrtajte šemu) kao AND – OR sklop.

6. Jednim od načina redukcije naći minimalnu sumu produkata za funkciju $f_{(A,B,C,D)}$ = 1 kada neparni broj ulaza ima stanje 1 (ne uključuje slučaj kada su svi ulazi 0),